

混沌遗传算法寻优有约束旅行商路径

孔令夷

(西安邮电大学 管理工程学院, 陕西 西安 710061)

摘 要: 旅行商问题已被证明是高维非线性完全问题, 实际中还会增加非连通图约束。鉴于传统遗传算法在求解过程中出现早熟收敛、冗余迭代的缺陷, 提出了混沌遗传算法。采用基于旅行商遍历城市顺序的染色体编码, 结合随机法与贪心法以生成包含较优值的初始种群, 避免出现大量非可行染色体, 提高了后续的遗传效率。接着, 执行优先保留交叉和平移变异操作, 引入局部邻域及混沌搜索以加快算法收敛, 还给出了最优解是否满足非连通约束的判据。最后, 实验结果验证了该算法的有效性。

关键词: 非连通图; 旅行商问题; 混沌遗传算法; 优先保留交叉; 平移变异; 局部邻域搜索

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2013)08-0075-04

Chaos Genetic Algorithm for Optimizing Constraint Traveling Salesman Path

KONG Ling-yi

(School of Management Engineering, Xi'an University of Post and Telecommunications, Xi'an 710061, China)

Abstract: Traveling salesman problem (TSP) was demonstrated to be non-deterministic polynomial complete problem, let alone unconnected graph constraint. Because the traditional genetic algorithm (TGA) had defects of premature convergence and slow convergence, a chaos genetic algorithm (CGA) was put forward. The CGA adopted the chromosome encoding scheme based on sequence of city which traveling salesman passed through, combined stochastic method and greedy method ways to produce the initial populations so as to contain optimal value, avoid infeasible chromosomes and improve the subsequently genetic efficiency. Then, precedence preservation crossover and shift change mutation operations were executed. At the same time, local neighborhood and chaos search were introduced to accelerate convergence. Furthermore, the criterion was given to judge whether optimal solution meets unconnected graph constraints or not. Finally, computation results proved the effectiveness of CGA.

Key words: unconnected graph; traveling salesman problem; chaos genetic algorithm; precedence preservation crossover; shift change mutation; local neighborhood search

1 引言

现实中的旅行商问题一般都会有各种约束或限制, 非连通图就是一个典型的例子, 即旅行商要经过的某些目的地(比如城市)之间存在障碍物, 比如山川、农田等, 不能直接通达, 只有绕道而行, 通过其他地点而间接到达。这类问题中旅行商经过的所有地

点将连成一个非连通图。

本研究的目的是寻找最短路径, 将旅行商的成本降到最低。该路径经过所有 N 个城市, 除了起点以外, 都要经过且只经过 1 次, 最终回到起点, 这也比较符合旅行商遍历所有城市实现商品销售额最大化的实际情形。设有 N 个城市的集合 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, 每两个城市之间的距离为 $d(c_i, c_j) \in \mathbf{R}^+$,

收稿日期: 2012-10-13; 修回日期: 2012-11-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(71102149); 教育部人文社会科学研究青年基金项目(12YJC790084); 陕西省教育厅科学研究计划资助项目(12JK0056); 陕西省体育局常规课题项目(12092); 西安邮电大学青年教师科研基金项目(ZL2011-22)

其中, $c_i, c_j \in C (1 \leq i, j \leq N)$.

求使目标函数

$$T_d = \sum_{i=1}^{N-1} d(c_{\Pi(i)}, c_{\Pi(i+1)}) + d(c_{\Pi(N)}, c_{\Pi(1)})$$

最小的路径序列 $\{c_{\Pi(1)}, c_{\Pi(2)}, \dots, c_{\Pi(n)}\}$, 其中 $\Pi(1), \Pi(2), \dots, \Pi(N)$ 是 $1 \sim N$ 的全排列.

2 混沌遗传算法设计

求解旅行商问题的传统方法存在有明显的缺陷:设计变量少,与现实不相符;假设较多,对目标函数有可微或连续的诸多限制,尤其是存在非连通图约束的情况下,运筹规划等传统求解方法更是难以应对,无法客观准确地把实际问题转化为数学模型^[1]. 然而,GA 的优势在这种情况下能够较好地显示出来,它并不是直接处理路径中的显性变量,而是对变量编码,编码之后可以任意组合成串,即染色体,这才是 GA 后续处理的对象,可见其对旅行商问题几乎没有什么限制;其次,在求最优解的过程中,能够接受各种类型的目标函数,线性或非线性,离散或连续,可微或不可微,这又再次体现了 GA 的普适性;第三,传统求解方法往往是从一个初始解开始,经过多次迭代的过程求得最优解,求解线路单一,而 GA 不是沿着一条线,而是基于面上的一代种群求解,从上一代(父代)的很多染色体(个体)开始评估选择,择优后再经过交叉变异等基因遗传方式形成下一代(子代),这样就容易保留更多优良的个体,而淘汰较差的个体,实现“优胜劣汰,适者生存”,几代遗传之后就能基本保证得到全局最优解;再者,GA 的择优去劣过程,只以个体的适应度值作为判断,不需要补充更多信息,操作简便易行;最后,GA 基于概率论的知识而进行遗传操作,求出具有较高可信度的最优解,不排除进一步的改善,而不像传统方法必须给出确定性解,从而也确保了 GA 的灵活性和可改进性. 以上优点决定了 GA 非常适合于求解高维、大样本、非线性、非结构性的复杂问题^[2].

然而,传统遗传算法(Traditional Genetic Algorithm, TGA)严重依赖于参数设置和交叉变异算子,存在早熟收敛和冗余迭代的缺陷. 近年来出现了不少的算法改进办法:黄永青等设计一种小种群自适应遗传算法^[3],平衡了探测和开发操作,提升了寻优能力. 杨玉等针对遗传算法中传统交叉算子交叉效率低下等缺点,提出改进型全干扰量子交叉遗传算法,获取质量更高的候选解,有效平衡全局搜索和局部探索,稳定性和寻优能力更强.

但是,现有对 TGA 的改进都局限于某个环节或某个算子,达不到全局优化;或者应用于特定情

形,比如小种群、动态或距离对称条件. 针对于此,拟提出全过程改进的混沌遗传算法(Chaos Genetic Algorithm, CGA):综合随机法与贪心法生成初始染色体种群;基于遍历城市次序编码;执行交叉变异、局部邻域及混沌搜索操作;运用赌轮法作出选择,并给出最优解可行判据.

2.1 编码方式

本研究的编码采用基于旅行商需要遍历的所有城市的次序,这也是最常用的编码方式,以有限的城市数量作为搜索范围,有助于提高搜索效率. 设 $S = (1, 5, 4, 3, 2, 6, 7)$, 就可看成是从城市 1 出发,依次经过城市 5、4、3、2、6、7,最终回到起点的一个路径.

2.2 初始种群生成

初始种群的质量对后续的优化求解具有关键作用. 若按随机方式产生初始种群,难以保证其满足非连通约束,也就容易产生很多非可行解,从而降低了 TGA 的效率. 本研究 CGA 拟对其改进为:综合随机法与贪心法来生成初始染色体种群,从而提高其优良性. 贪心法是指每一个步骤都求得局部最优的方法.

2.3 交叉变异操作

基于旅行商遍历城市次序的编码方式,个体内部基因存在先后关系,若在交叉变异操作中破坏了这种自然关系,就有可能产生大量不可行子代个体,造成算法早熟收敛或冗余迭代. 本研究的 CGA 拟选用优先保留交叉和平移变异操作^[4-6]. 优先保留交叉的操作过程是:随机产生两个父代个体,并产生一个等长的 $\{1, 2\}$ 随机串;扫描随机串,如果第 k 位是 1,则提取第一个父代染色体最左边的城市号作为子代第 k 位,如果第 k 位是 2,则提取第二个父代染色体最左边的城市号,然后删除两个父代中的该城市号,重复以上操作,直到随机串被扫描完. 由上可见,该法与映射交叉、次序交叉或循环交叉相比,能够更好地继承父代优良基因.

平移变异操作是指随机选择插入码和插入点,进行平移操作. 比如 $S = (1, 5, 4, 3, 2, 6, 7)$, 若随机选取插入码为 6,插入点为 5 与 4 之间,则 $S' = (1, 5, 6, 4, 3, 2, 7)$,与对换变异、目标导向变异等相比,该法更好地保持了基因之间的先后次序,继承了父代的优良性.

2.4 局部邻域搜索及混沌搜索

该 CGA 拟引入局部邻域搜索,这是旅行商问题中常用的一种子代择优方法,有助于进一步加快算法的收敛,缩短求最优解的运行时间. 其操作内容

是:以交叉变异操作产生的子代个体为基体,对每个基因采用右邻基因交换的方法产生新的局部邻域子代个体.例如 $S'=(1, 5, 6, 4, 3, 2, 7)$,将基因 2 与其右邻的基因 7 交换,就能生成一个新个体 $S''=(1, 5, 6, 4, 3, 7, 2)$.因此,局部邻域搜索能产生 $N-1$ 个局部邻域子代个体,从中选择具有最大适应度的邻域个体与基体再做比较,以适应度大者为更新后的子代基体.

接着,执行基于幂函数载波的混沌搜索,操作过程如下^[7]:

(1)利用混沌向量对初始值的敏感性,对式(2)赋 m 个初始值 $z_{k,l}(k=1,2,\dots,m;l=0)$,以此得出 m 个混沌向量.

$$z_{k,l+1}=\mu z_{k,l}(1-z_{k,l}), \text{ 其中 } k=0,1,\dots,m \quad (1)$$

初始值不可以是:0, 0.25, 0.5, 0.75, 1.

(2)将 $[0,1]$ 作 m 等分,并对分区间编号:1~ m .

(3)运用幂函数载波理论,按照 $z'_l=z_l^v$ 把混沌变量 z_l 载波成新混沌变量 z'_l

$$v \text{ 是分段常函数: } v=\begin{cases} 0.46, & \text{当 } z_l \in (0, 0.15] \\ 1.0, & \text{当 } z_l \in (0.15, 0.96] \\ 13.6, & \text{当 } z_l \in (0.96, 1] \end{cases}$$

(4)判断迭代生成的 m 个混沌向量 $z'_{k,l}(k=0, 1, 2, \dots, m)$ 所处的区域位置,并令

$$x_{kj}(l)=\begin{cases} 1, & \text{当第 } k \text{ 个混沌向量位于第 } j \text{ 个区间内} \\ 0, & \text{当第 } k \text{ 个混沌向量不位于第 } j \text{ 个区间内.} \end{cases}$$

(5)若达到条件,则结束混沌搜索,输出解 x_{kj}^* ,若没有达到条件,则依据式(1)继续迭代生成 m 个混沌向量,令 $l=l+1$,再执行第 3 步.

2.5 选择操作及适应度函数建立

选择操作是对生物进化论的“适者生存”思想的体现,越优良的个体具有越大的概率进入下一代,种群性能就会随着进化而不断优化.本研究采用轮盘赌法,保证将种群中最优个体随机替换掉下一代中的某个体,能够不断寻优^[7].

适应度函数是评价个体优劣的指标,由于求最小化路径,因此,适应度函数取线性定标.

$$f=\frac{\alpha \sqrt{NM}}{T_d} \quad (2)$$

式中, α 为预先设定的常数, N 为城市的数目, M 为包含所有城市的最小正方形的边长, T_d 就是根据式(1)计算得出的实际行进路径长度,也就是目标和数值.

如果按 TGA 求解该问题,势必会产生大量非可行解,耗费更多计算程序运行时间与硬件资源,降低了 GA 的求解效率^[8].而本研究 CGA 要作如下

特殊处理:

记 $d_{\max}=\max_{1 \leq i, j \leq N} \{d(c_i, c_j)\}$,按照非连通图约束,设城市 c_p, c_q 之间存在障碍物,无法直接到达,则对两者之间的距离进行特殊处理,令 $d(c_p, c_q)=N * d_{\max}+1$.

解决这一问题,通过对非连通城市间距离的特殊处理,就能保证 GA 的优良特性不会受到影响,而且可以更容易地找到该问题的可行解.如上文所述,城市 c_p, c_q 之间存在障碍物,假设个体 S 包含基因片段 $(\dots, c_p, c_q, \dots)$ 或者 $(\dots, c_q, c_p, \dots)$,则有式(3)成立:

$$f(S)=\frac{\alpha \sqrt{NM}}{T_d} \left\langle \frac{\alpha \sqrt{NM}}{d(c_p, c_q)} \right\rangle \left\langle \frac{\alpha \sqrt{NM}}{N \times d_{\max}} \right\rangle \quad (3)$$

因此,在作出了特殊处理后,若个体 S 中存在非连通城市相邻,则必会出现其适应度值小于 $\frac{\alpha \sqrt{NM}}{N \times d_{\max}}$,按照 GA 的选择操作中“适者生存”思想,这些适应度值很小的非可行解必然会随着进化的历程而逐渐被淘汰,因此就排除了非连通城市相邻的情况.反之,若有式(4)成立,则个体 S 必定为可行解,用反证法可证出,此处从略.

$$f(S) \geq \frac{\alpha \sqrt{NM}}{N \times d_{\max}} \quad (4)$$

当然,如果求解非连通图旅行商问题,求出最优解的适应度值小于 $\frac{\alpha \sqrt{NM}}{N \times d_{\max}}$,则可以断定该最优解不成立.

2.6 算法步骤

求解非连通图旅行商问题的步骤如下:

步骤 1:初始化.设置预定常数、最大迭代次数、交叉概率 P_c 、变异概率 P_m 等参数.

步骤 2:采用遍历城市排序的编码方法,利用随机选取与贪心法相结合的方式生成初始种群.

While(迭代次数 $\leq$ 最大迭代次数) do

步骤 3:按 P_c 概率执行交叉操作,按 P_m 概率执行变异操作,再做局部邻域及混沌搜索.

步骤 4:根据 $f(S)$,基于轮盘赌法执行选择操作,确定子代个体,保证优良染色体能够保留下来.

步骤 5:求得最大适应度值的个体作为最优解.

步骤 6:检验最优解的适应度值是否满足式(3),如果满足,则最优解可行,否则该最优解为非可行解.

End while

3 算法检验与分析

使用 Matlab R2009a 分别对文中 CGA 和 TGA

进行编程,在 2.53 GHz CPU, 2.0 GB 内存的 PC 上运行,选取我国 31 个中心城市的地理数据用于算法检验^[9]. 设交叉概率 $P_c = 0.2$, 变异概率 $P_m = 0.5$, 最大迭代次数 $\text{MaxItr} = 1\,000$, 算法检验结果如表 1 所示. 可见,两种算法的快速寻优能力都较强,运行时间不超过 2 min. 但是,在求最优解方面,CGA 的最满意值为 14 794 km,如图 1 所示,显著优于 TGA 的最满意值 15 387 km,如图 2 所示. 改进比率 7.3%,说明 CGA 取得了本例的最优解,达到了算法改进的目的. 究其原因,主要是由于 TGA 在初始种群生成方面产生了大量不可行解和在交叉变异过程中缺失局部邻域择优能力. 由于 CGA 引入局部邻域搜索操作,确保了子代个体快速持续地向最优解收敛.

表 1 两种算法的检验结果

运行结果	算法	TGA	CGA
平均值/km		16 917	14 794
最满意值/km		15 387	14 268
最不满意值/km		17 293	15 533
极差/km		1 906	1 215
CPU 运行时间/s		103	118

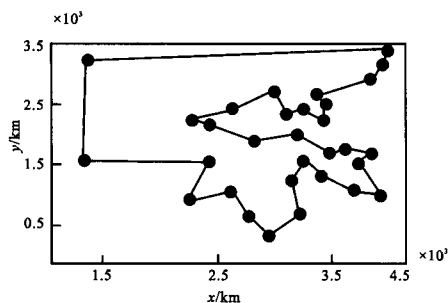


图 1 CGA 的最满意值

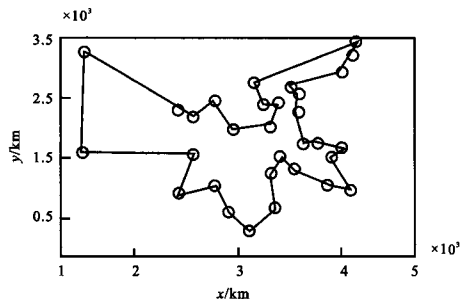


图 2 TGA 的最满意值

同时,对比两种算法的极差也能看出,CGA 的种群离散程度较小,向最优解的集聚性较高,向最优解的收敛性更好. 通过分析,不难发现这主要源于以下两点:其一,CGA 的初始种群质量优于 TGA,其可行染色体比例较高,避免了初期大量不满意染色

体的生成. 其二,CGA 的局部搜索操作提高了子代个体向最优解的收敛性. CGA 的求解能力更强,比 TGA 更高效.

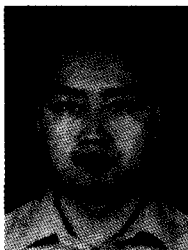
4 结束语

本研究针对非连通图旅行商路径问题,设计了 CGA,通过采用基于旅行商遍历城市次序的编码方式、执行交叉变异操作、局部邻域搜索以及混沌搜索操作,克服了 TGA 在随机方式下生成大量非可行解的缺陷,加速染色体向最优解收敛. 实际案例验证了其求解的高效性. 今后的研究可以着眼于最优解为非可行解条件下初始种群的再调整,同时设计能向最优解更快收敛的高效 CGA.

参考文献:

- [1] Yang J H, Wu C G, Lee H P, et al. Solving traveling salesman problems using generalized chromosome genetic algorithm[J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(7):887—892.
- [2] 刘向娇,吴素萍,刘佳梅. 基于 OPENMP 求解旅行商问题的并行蚁群算法[J]. 微电子学与计算机, 2011, 28(7):149—151.
- [3] Zhao X C, Gao X S. Affinity genetic algorithm[J]. Journal of Heuristics, 2007, 13(2):133—150.
- [4] 张盛意,蔡之华,占志刚. 基于改进模拟退火的遗传算法求解 0—1 背包问题[J]. 微电子学与计算机, 2011, 28(2):61—64.
- [5] 黄永青,梁昌勇,张祥德,等. 一种小种群自适应遗传算法研究[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(11):92—97.
- [6] 杨玉,戴红伟,李存华. 量子干扰交叉遗传算法及其应用研究[J]. 微电子学与计算机, 2012, 29(3):26—30.
- [7] 田建立,晁学鹏. 求解 0—1 背包问题的混沌遗传算法[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(8):2838—2839.
- [8] 康立山,谢云,尤矢勇,等. 模拟退火算法[M]. 北京:科学出版社,1994:150—151.
- [9] Kang Lishan, Xie Yun, You Shiyong et al. Simulated Annedling Algorithm [M]. Beijing: Science Press, 1994:50—97.

作者简介:



孔令夷 男,(1977—),博士生,副教授. 研究方向为生产运营管理、智能计算.